Tentamen E&M2 24/11/97

1a) $Z(R/\!/C) = \dfrac{R\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}} = \dfrac{R}{1+j\omega RC}$; $Z_{totaal} = R + \dfrac{R}{1+j\omega RC} = \dfrac{R(2+j\omega RC)}{1+j\omega RC}$

b) $I = \dfrac{V_0}{Z_{totaal}} = \dfrac{(1+j\omega RC)V_0}{(2+j\omega RC)R}$

c) $I = I_0\cos(\omega t+\varphi)$ met $I_0 = \left|\dfrac{(1+j\omega RC)V_0}{(2+j\omega RC)R}\right| = \dfrac{V_0}{R}\dfrac{\sqrt{1+\omega^2R^2C^2}}{\sqrt{4+\omega^2R^2C^2}}$

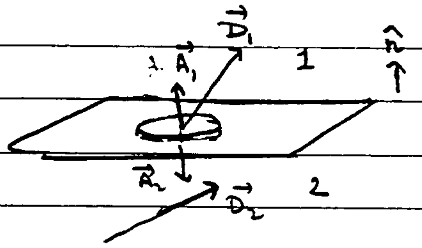
en $\varphi = \operatorname{artg}\omega RC - \operatorname{artg}\left(\dfrac{\omega RC}{2}\right)$

d) $V_A = \dfrac{Z(R/\!/C)}{Z_{totaal}}V_0 = \dfrac{R}{1+j\omega RC}\,\dfrac{(1+j\omega RC)}{R(2+j\omega RC)}V_0 = \dfrac{V_0}{2+j\omega RC}$

2a) $\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}$ $\quad C_1 = \dfrac{2\varepsilon_0\varepsilon_r A}{d}$ $\quad C_2 = \dfrac{2\varepsilon_0 A}{d}$ $\quad$ (A = oppervlak v.d. platen)

$\therefore \dfrac{1}{C} = \dfrac{d}{2\varepsilon_0\varepsilon_r A} + \dfrac{d}{2\varepsilon_0 A} = \dfrac{d(\varepsilon_r+1)}{2\varepsilon_0\varepsilon_r A} \longrightarrow C = \dfrac{2\varepsilon_0\varepsilon_r A}{d(\varepsilon_r+1)}$

b)



Neem platte doos met onder- en bovenvlak $\vec{A}_1$ en $\vec{A}_2$ aan weerszijden van het oppervlak.

$A_1 = A_2 = A$; $\vec{A}_1 = -\vec{A}_2$

$\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = \vec{D}_1\cdot\vec{A}_1 + \vec{D}_2\cdot\vec{A}_2$ (de mantel is verwaarloosbaar!)

$= D_{1n}A_1 - D_{2n}A_2$

$= (D_{1n} - D_{2n})A$

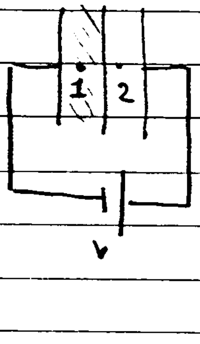
$\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_{vrij} = 0$ (er is geen vrije lading op het grensvlak) $\rightarrow$

$D_{1n} = D_{2n}$, dwz. op grensvlak is de normale component van D continu.

c) $V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{r} = -E_1\dfrac{d}{2} - E_2\dfrac{d}{2} = -\dfrac{d}{2}(E_1+\varepsilon_r E_1)$ $\quad E_1 = E$ (dielektricum)
$E_2 = E$ (vacuum)

$D_{1n} = D_{2n} \rightarrow D_1 = D_2 \rightarrow \varepsilon_r E_1 = E_2$

$E_1 = -\dfrac{2V}{d(\varepsilon_r+1)}$; $E_2 = -\dfrac{2\varepsilon_r V}{d(\varepsilon_r+1)}$



$D_1 = \varepsilon_0\varepsilon_r E_1 = -\dfrac{2\varepsilon_0\varepsilon_r V}{d(\varepsilon_r+1)}$; $D_2 = \varepsilon_0 E_2 = -\dfrac{2\varepsilon_0\varepsilon_r V}{d(\varepsilon_r+1)}$

$P_1 = \varepsilon_0(\varepsilon_r-1)E_1 = -\dfrac{2\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)V}{d(\varepsilon_r+1)}$; $P_2 = 0$

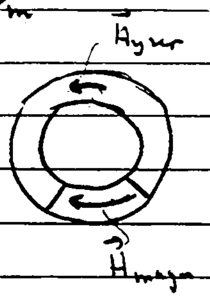
3a) B_n is continu op de grensvlakken met de permanente magneet → de grootte van $\vec{B}$ is overal hetzelfde.

b) $\oint \vec{H}\cdot d\vec{L} = 0$ (geen omvatte stroom!)

c)(i) $\vec{B} = \mu_0\mu_r \vec{H} \rightarrow H_{ijzer} = \frac{B}{\mu_0\mu_r} = \frac{0{,}5}{1{,}26\times10^{-6}\times5\times10^{2}} = 794\ A/m$ $\quad \vec{H}_j \,//\, \vec{B}_j$

(ii) $\left.\begin{array}{l}\oint \vec{H}\cdot d\vec{L} = 0 \\ L_{ijzer} = 3L_{magneet}\end{array}\right\} (3H_{ijzer} + H_{magneet})L_{magneet} = 0$

$\therefore H_{magneet} = -3H_{ijzer} = -2381\ A/m$



d) $\vec{B} = \mu_0(\vec{H}+\vec{M}) \rightarrow \vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}$

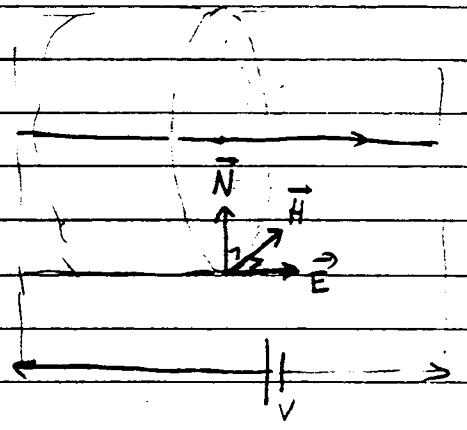
$\rightarrow M = \frac{0{,}5}{1{,}26\times10^{-6}} - (-2381) = 399206\ A/m \approx 4\times10^{5}\ A/m$

4a) $\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = \iiint \rho\, d\tau \qquad \oint \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$

$\oint \vec{E}\cdot d\vec{L} = -\frac{\partial}{\partial t}\iint \vec{B}\cdot d\vec{S} \qquad \oint \vec{H}\cdot d\vec{L} = \iint \vec{J}\cdot d\vec{S} + \iint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$

b) $\vec{N} = \vec{E}\times\vec{H}$, elektromagnetische energie die per tijdseenheid door een oppervlakte stroomt.

c)



$\left.\begin{array}{l} E = \frac{V}{l} \\ B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}\end{array}\right\} N = \frac{VI}{2\pi l r}$

$\vec{N}$ is naar de draad toe gericht.

$P = \int \vec{N}\cdot d\vec{S} = \frac{VI}{2\pi l r}\cdot \underbrace{2\pi r l}_{\text{oppervlakte van cylindermantel}} = VI$

De energie die de draad in stroomt wordt in warmte omgezet. Alternatieve beschrijving voor Ohmse warmte ontwikkeling.